平面 SAC；

(2) 求锐二面角 $B-SC-D$ 的余弦值.

证明：因为 $SA=1$，$AB=2$，$SB=\sqrt{5}$，$SA^2+AB^2=SB^2$.

所以 $\triangle SAB$ 为直角三角形，且 $SA\perp AB$.

又平面 $SAB\perp$ 底面 $ABCD$.

所以 $SA\perp$ 底面 $ABCD$，$SA\perp AC$，

故 $\angle SCA$ 即为直线 SC 与底面 $ABCD$ 的所成角，即 $\angle SCA=60°$.可得 $AC=\sqrt{3}$，$SC=2$，在 $\triangle ADC$ 中，$AC=\sqrt{3}$，$CD=2$，$\angle ADC=60°$.

所以 $\dfrac{AC}{\sin 60°}=\dfrac{CD}{\sin\angle DAC}$，即 $\dfrac{\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\dfrac{2}{\sin\angle DAC}$，得到 $\sin\angle ADC=1$，故 $\angle DAC=90°$.

所以 $AD\perp AC$，因为 $AD\cap SA=A$，所以 $AC\perp$ 平面 SAD，又因为 $AC\perp$ 平面 SAC，所以平面 $SAD\perp$ 平面 SAC.

(2) 以 A 为原点，AD，AC，AS 所在直线为 x，y，z 轴建立空间直角坐标系（如图 22）

$A(0,0,0)$，$S(0,0,1)$，$B(-1,\sqrt{3},0)$，$C(0,\sqrt{3},0)$，$D(1,0,0)$，则 $\overrightarrow{SB}=(-1,\sqrt{3},-1)$，$\overrightarrow{SC}=(0,\sqrt{3},-1)$，$\overrightarrow{SD}=(1,0,-1)$.

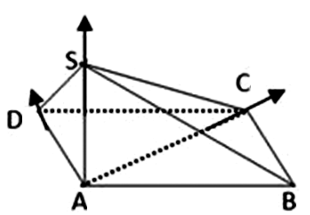

图 22

设平面 SBC 的法向量为 $\overrightarrow{n_1}=(x_1,y_1,z_1)$.

则 $\begin{cases}\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{BC}=0,\\ \overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{SC}=0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}-x_1+\sqrt{3}y_1-z_1=0,\\ \sqrt{3}y_1-z_1=0,\end{cases}$ 令 $z_1=\sqrt{3}$，得 $y_1=1$，$x_1=0$，故 $\overrightarrow{n_1}=(0,1,\sqrt{3})$.

设平面 SCD 的法向量为 $\overrightarrow{n_2}=(x_2,y_2,z_2)$.

则 $\begin{cases}\overrightarrow{n_2}\cdot\overrightarrow{SC}=0,\\ \overrightarrow{n_2}\cdot\overrightarrow{SD}=0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}\sqrt{3}y_2-z_2=0,\\ x_2-z_2=0,\end{cases}$ 即 $x_2=z_2=\sqrt{3}y_2$.

令 $y_2=1$，得 $\overrightarrow{n_2}=(\sqrt{3},1,\sqrt{3})$.

$\therefore \cos\langle\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\rangle=\dfrac{\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{n_2}}{|\overrightarrow{n_1}||\overrightarrow{n_2}|}=\dfrac{0+1+3}{2\sqrt{7}}=\dfrac{4}{2\sqrt{7}}=\dfrac{2\sqrt{7}}{7}$.

点评：一证一算仍将是立体几何考查的主导方向，其中证体现了对推理能力的考查，算体现了对知识应用能力和运算能力的考查. 证时需要利用好线与线、线与面、面与面的垂直（或平行）之间的转化去解决，算时要牢记角度、距离的计算方法，注意建系的合理性，准确写出坐标也很重要.若采用几何法完成算的问题，需要推理加计算，相对难度会更大些. 近十年来有 2016 年新课标全国卷Ⅰ、卷Ⅱ，2014 年新课标全国卷Ⅰ、卷Ⅱ，2013 年新课标全国卷Ⅱ，2012 年新课标全国卷Ⅰ，2011 年新课标全国卷，2009 年新课标全国卷，均在解答题中对二面角的平面角作了考查.

责任编辑 徐国坚

（上接第 16 页）

由上可知，平面上的“点、线、面”往往类比到空间上的“线、面、体”（元素类比），比如平面上的三角形类比到空间上的四面体，平面上的角类比到空间的二面角，三角形的中位线类比到空间四面体的中位面，三角形的外接圆类比到三棱锥的外接球等等；平面上的的数量结构形式往往类比到空间上的数量结构形式（结构类比）；平面上的“面积法”往往类比到空间上的“体积法”，平面上的“相似法”往往类比到空间上的“相似法”（方法类比）.由平面向空间类比是我们发现空间图形新性质的有效途径，但要注意类比的结论不一定都正确，需要逻辑证明.

【针对训练参考答案】

1. 结论：斜三棱柱各侧面面积与它所对棱所对应的二面角的正弦的比相等.

证明如下：如图 1，$\angle MNP$，$\angle PMN$，$\angle MPN$ 分别是三个侧面中两两所成的二面角的平面角.在 ΔPMN 中，$\because \dfrac{PM}{\sin\angle MNP}=\dfrac{PN}{\sin\angle PMN}=\dfrac{MN}{\sin\angle MPN}$，

$\therefore \dfrac{PM\cdot BB_1}{\sin\angle MNP}=\dfrac{PN\cdot BB_1}{\sin\angle PMN}=\dfrac{MN\cdot BB_1}{\sin\angle MPN}$，

$\therefore \dfrac{PM\cdot BB_1}{\sin\angle MNP}=\dfrac{PN\cdot BB_1}{\sin\angle PMN}=\dfrac{MN\cdot CC_1}{\sin\angle MPN}$，

$\therefore \dfrac{S_{ABB_1A_1}}{\sin\angle MNP}=\dfrac{S_{BB_1C_1C}}{\sin\angle PMN}=\dfrac{S_{CC_1A_1A}}{\sin\angle MPN}$.

2. $\dfrac{1}{h^2}=\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}$.

3. $\dfrac{AE}{BE}=\dfrac{S_{\Delta ACD}}{S_{\Delta BCD}}$.

提示：取 CD 的中点 F，连结 AF，BF，则 $\dfrac{AE}{BE}=\dfrac{AF}{BF}=\dfrac{\frac{1}{2}CD\cdot AF}{\frac{1}{2}CD\cdot BF}=\dfrac{S_{\Delta ACD}}{S_{\Delta BCD}}$.

4. $\dfrac{3V_{D-ABC}}{S_A+S_B+S_C+S_D}$.

提示：$V_{O-ABC}+V_{O-BCD}+V_{O-CDA}+V_{O-DAB}=V_{D-ABC}$（$O$ 为内切球的球心）.

5. (1′) 斜面的中面面积等于斜面面积的四分之一；

(2′) 斜面与三个直角面所成的二面角的余弦的平方和等于 1.

6. $\dfrac{PA'\cdot PB'\cdot PC'}{PA\cdot PB\cdot PC}$.

责任编辑 徐国坚